| | | |
|---|---|---|
| جامعة البعث<br>كلية العلوم<br>قسم الرياضيات | امتحان جبر خطي (1)<br>الدورة الفصلية الأولى<br>للعام الدراسي 2012 / 2013 | اسم الطالب: [redacted]<br>مدة الامتحان: ساعتان<br>العلامة: (100) |

**السؤال الأول: (12+13+7+6+6+6 = 50 درجة )**

**(I)**. صنّف المصفوفات التالية، بحسب انتمائها إلى كل من المجموعات:

**(1)**. ذات الشكل المثلثي، **(2)**. المتناظرة، **(3)**. المتناظرة عكسياً، **(4)**. الهرميتية، **(5)**. الهرميتية عكسياً

$$A_1=\begin{bmatrix}0 & -2i\\ 2i & 1\end{bmatrix} ,\ A_2=\begin{bmatrix}0 & 5\\ 0 & 1\end{bmatrix} ,\ A_3=\begin{bmatrix}0 & 5\\ -5 & 0\end{bmatrix} ,\ A_4=\begin{bmatrix}0 & 3i\\ 3i & 0\end{bmatrix} ,\ A_5=\begin{bmatrix}0 & 2-4i\\ -2+4i & 0\end{bmatrix}$$

**(II)**. لتكن المصفوفة $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ -2 & 1 & 1\\ 3 & 2 & 3\end{bmatrix}$ . والمطلوب، أوجد كلاً من:

**(1)**. $|A|$ ، **(2)**. $|A^{20}|$ ، **(3)**. $|A+A+A+A|$ ، **(4)**. $|A^{-1}|$

**(III)**. أوجد مقلوب المصفوفة $A$ باستخدام التحويلات الأولية .

**(IV)**. حلّ المعادلة المصفوفية التالية $Ax+A=I$ .

**(V)**. بفرض أنّ $A^3=0$ . برهن أنّ $(I-A)^{-1}=I+A+A^2$ .

**(VI)**. أوجد إشارة الجداء $a_{35}\cdot a_{12}\cdot a_{23}\cdot a_{54}\cdot a_{41}$ في معين من المرتبة الخامسة.

**السؤال الثاني: (10+20+20 = 50 درجة )**

**(I)**. بفرض أن جملة الأشعة $w$ , $u$ , $v$ جملة مستقلة خطياً في فضاء شعاعي ما $V$ ، شعاعه الصفري هو $\theta$ ومعرف فوق حقل عددي $K$ . بيّن ما إذا كانت جملة الأشعة $v_1=v+w$ , $v_2=u$ , $v_3=v+u-w$ جملة مرتبطة خطياً أم مستقلة خطياً .

**(II)**. ما هو قياس كلّ من الفضاءات الشعاعية التالية ( **مع التعليل** ) ؟

**(1)**. الفضاء الشعاعي الصفري $\{\theta\}$ . **(2)**. فضاء كل كثيرات الحدود المعرّفة فوق حقل الأعداد الحقيقية $R$ والتي درجة كلّ منها أصغر أو يساوي 4 . **(3)**. الفضاء الشعاعي $R^4$ . **(4)**. الفضاء الشعاعي $C$ المعرف فوق حقل الأعداد الحقيقية $R$ . **(5)**. الفضاء الشعاعي $M_{2\times2}(R)$ .

**(III)**. ليكن لدينا الفضاءين الشعاعيين الجزئيين، الأول $W_1=\{v\in R^3 \ ;\ v=a.(1,1,1) \ ;\ a\in R\}$ ، والثاني $W_2$ المولّد بجملة الأشعة $w_1=(1,2,1)$ , $w_2=(1,1,-1)$ , $w_3=(1,3,3)$ ، من الفضاء الشعاعي $R^3$ . والمطلوب:

**(1)**. تأكد من أن $W_1$ هو بالفعل فضاء شعاعي جزئي من الفضاء الشعاعي $R^3$ ، ثم أوجد قياسه.

**(2)**. أوجد قياس الفضاء الشعاعي الجزئي $W_2$ ، ثم بيّن ما إذا كان مجموع الفضاءين الشعاعيين الجزئيين $W_1$ , $W_2$ مجموعاً مباشراً أم لا .

---

2013/1/21 د. غسّـــــان نعمة

جامعـــة البعث
كليـة العـلـوم
قسـم الرياضيات

امتحان جبر خطي (1)
الدورة الفصلية الثانية
للعام الدراسي 2012 / 2013

اسم الطالب:
مـــدة الامتحـان: ساعتان
العـــلامـــة: (100)

**السؤال الأول: (12+12+8+6+6+6 = 50 درجة )**

**(I).** صنّف المصفوفات التالية، بحسب انتمائها إلى كل من المجموعات:

**(1).** ذات الشكل المثلثي، **(2).** المتناظرة، **(3).** المتناظرة عكسياً، **(4).** الهرميتية، **(5).** الهرميتية عكسياً.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix} , \ A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} , \ A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 2i \\ 2i & 2i \end{bmatrix} , \ A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ i & 0 \end{bmatrix} , \ A_5 = \begin{bmatrix} 0 & -1+i \\ 1-i & 0 \end{bmatrix}$$

**(II).** لتكن المصفوفتان $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 9 & 1 & 2 \\ -8 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ . والمطلوب، أوجد كلاً من:

**(1).** $|A|$ ، **(2).** $|A^{100}|$ ، **(3).** $|A + A + A|$ ، **(4).** $|A^{-1}|$

**(III).** أوجد مقلوب المصفوفة $A$ باستخدام التحويلات الأولية .

**(IV).** حلّ المعادلة المصفوفية التالية:

$$AX - A = 2I$$

$AX = 2I + A$

$X = \frac{2I + A}{A}$

$X = (2I + A)A^{-1}$

**(V).** أوجد المصفوفة $C$ التي من أجلها يكون :

$$(A \, . \, C)^T = B^T$$

**(VI).** أوجد إشارة الجداء $a_{35} . a_{13} . a_{42} . a_{54} . a_{21}$ في معين من المرتبة الخامسة.

**السؤال الثاني: (20+20+10= 50 درجة )**

**(I).** لتكن $W_2 = \{(a , b , c) \ ; \ a \geq 0\}$ ، $W_1 = \{(a , b , c) \ ; \ a+b+c=0\}$ مجموعتين جزئيتين من الفضاء الشعاعي $R^3$ . بيّن ( **مع البرهان** ) أيّاً من هاتين المجموعتين الجزئيتين هي فضاء شعاعي جزئي في $R^3$ وأيّاً منهما ليست فضاءً جزئياً.

**(II).** بفرض أنّ $U , W$ فضاءان جزئيان من الفضاء الشعاعي $R^3$ مولّدان، على الترتيب، بالجملتين:

$$\{ u_1 = (2,4,6) \ , u_2 = (1,2,3) \} \ , \ \{ w_1 = (1,0,0) \ , w_2 = (3,2,1) \}$$

**(1).** أوجد قياس كل من الفضاءات الجزئية $U , W , U+W$ .

**(2).** بيّن ما إذا كان المجموع $U+W$ مجموعاً مباشراً أم لا.

**(III).** بفرض أن جملة الأشعة $v , u , w$ جملة مستقلة خطياً في فضاء شعاعي ما $V$، شعاعه الصفري هو $\theta$ ومعرف فوق حقل عددي $K$. بيّن ما إذا كانت جملة الأشعة $v_1 = v + w \ , \ v_2 = u \ , \ v_3 = v + u - w$ جملة مرتبطة خطياً أم مستقلة خطياً.

2013/6/24

د. غسّان نعمه

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان جبر خطي (1)
الدورة الإضافية
للعام الدراسي 2012 / 2013

اسم الطالب:
مدة الامتحان: ساعتان
العلامة: (100)

**السؤال الأول:** (14+11+7+6+6+6 = 50 درجة)

**(I).** صنّف المصفوفات التالية، بحسب انتمائها إلى كل من المجموعات:

**(1).** ذات الشكل المثلثي، **(2).** المتناظرة، **(3).** المتناظرة عكسياً، **(4).** الهرميتية، **(5).** الهرميتية عكسياً.

$$A_1=\begin{bmatrix}0 & i\\ i & 0\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 2\end{bmatrix},\ A_3=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix},\ A_4=\begin{bmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{bmatrix},\ A_5=\begin{bmatrix}0 & -1+i\\ 1-i & 0\end{bmatrix}$$

**(II).** لتكن المصفوفة $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ -5 & -3 & 5\\ 2 & -1 & 2\end{bmatrix}$ . والمطلوب، أوجد كلاً من:

(1). $|A|$ , (2). $|A^{45}|$ , (3). $|5A|$ , (4). $5|A|$ , (5). $|A^{-1}|$

**(III).** أوجد مقلوب المصفوفة $A$ باستخدام التحويلات الأولية .

**(IV).** أكتب المصفوفة $A$ على شكل مجموع مصفوفتين مربعتين، واحدة مصفوفة متناظرة والثانية متناظرة عكسياً.

**(V).** بفرض أننا نريد إضافة السطر الأول من المصفوفة $A$ ، بعد ضربه بالعدد 3 ، إلى السطر الثالث في $A$ . أكتب المصفوفة البسيطة $B$ التي يجب أن نضرب بها المصفوفة $A$ حتى يتحقق التحويل الأولي السابق على المصفوفة $A$ . ثمّ أذكر الجهة التي يجب أن نضرب بها المصفوفة $A$ بالمصفوفة البسيطة $B$ .

**(VI).** أوجد إشارة الجداء $a_{62}\,.\,a_{25}\,.\,a_{33}\,.\,a_{54}\,.\,a_{16}\,.\,a_{41}$ في معين من المرتبة السادسة.

**السؤال الثاني:** (10+20+20 = 50 درجة)

**(I).** لتكن جملتا الأشعة، الأولى $\{f=-x^3+2x^2-5\ ,\ h=2x^3-4x^2+10\}$ من فضاء كثيرات الحدود التي درجة كل منها أصغر أو يساوي 3، والثانية $\left\{A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 0 & 3\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}4 & 1\\ 0 & 6\end{bmatrix}\right\}$ من الفضاء الشعاعي $M_2(R)$ . بيّن ( **مع التعليل** ) أيّاً من الجملتين السابقتين هي جملة مستقلة خطياً وأيّاً منهما مرتبطة خطياً.

**(II).** لتكن $W_1=\{(a,b,c)\ ;\ a+b+c=0\}\ ,\ W_2=\{(a,b,c)\ ;\ a\geq 0\}$ مجموعتين جزئيتين من الفضاء الشعاعي $R^3$ . بيّن ( **مع البرهان** ) أيّاً من هاتين المجموعتين الجزئيتين هي فضاء شعاعي جزئي في $R^3$ وأيّاً منهما ليست فضاءً جزئياً.

**(III).** بفرض أنّ $U\ ,\ W$ فضاءان جزئيان من الفضاء الشعاعي $R^3$ مولّدان، على الترتيب، بالجملتين:

$$\{u_1=(1,2,1)\ ,u_2=(1,3,3)\}\ ,\ \{w_1=(1,0,1)\ ,w_2=(2,1,1)\}$$

والمطلوب:

بيّن ما إذا كان المجموع $U+W$ مجموعاً مباشراً أم لا.

د. غسّان نعمه

| | | |
|---|---|---|
| جامعة البعث<br>كلية العلوم<br>قسم الرياضيات | امتحان جبر خطي (1)<br>الدورة الفصلية الأولى<br>للعام الدراسي 2013 / 2014 | اسم الطالب: [redacted]<br>مدة الامتحان: ساعتان<br>العلامة: (100) |

**السؤال الأول: (15+20+15=50 درجة)**

**(I).** عرف المصفوفات: المثلثية السفلى، المتناظرة عكسياً، الهرميتية عكسياً، وأعط مثالاً على كل نوع من هذه الأنواع.

**(II).** لتكن المصفوفة :

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

والمطلوب، أوجد كلاً من:

(1). مقلوب المصفوفة $A$ باستخدام التحويلات الأولية ، (2). $A^{-2}$ ، (3). $|A|$ ، (4). $|A^{-1}|$.

**(III).** أجب على السؤالين التاليين:

(1). حلّ المعادلة المصفوفية التالية:

$$AX+I=2A$$

مع العلم بأن $A$ هي المصفوفة الواردة في الطلب الأول .

(2). أوجد إشارة الجداء $a_{21}\cdot a_{42}\cdot a_{34}\cdot a_{53}\cdot a_{15}$ في معين من المرتبة الخامسة.

**السؤال الثاني: (10+20+20=50 درجة)**

**(I).** ليكن الشعاعان $u=1+i$ , $v=i$ . بيّن ما إذا كان هذان الشعاعان :

(1). يشكلان جملة مستقلة خطياً ، أم مرتبطة خطياً ، في الفضاء الشعاعي العقدي $C$ المعرف فوق الحقل $C$ .

(2). يشكلان جملة مستقلة خطياً ، أم مرتبطة خطياً ، في الفضاء الشعاعي العقدي $C$ المعرف فوق الحقل $R$ .

**(II).** أجب على السؤالين التاليين:

(1). بيّن **(مع التعليل)** أياً من الجملتين التاليتين يمكن أن تكون قاعدة للفضاء الشعاعي $R^3$ .

$$A=\{v_1=(2,4,6)\ ,\ v_2=(1,4,5)\ ,\ v_3=(-1,-2,-3)\}\ ,\ B=\{u_1=(1,0,6)\ ,\ u_2=(1,2,3)\}$$

(2). بفرض أن جملة الأشعة $w$ , $u$ , $v$ جملة مستقلة خطياً في فضاء شعاعي ما $V$ والمعرّف فوق الحقل $K$ . بيّن ما إذا كانت جملة الأشعة $x_1=v+u+w$ , $x_2=u+w$ , $x_3=w$ جملة مرتبطة خطياً أم مستقلة خطياً في الفضاء الشعاعي $V$.

**(III).** ليكن لدينا الفضائين الشعاعيين الجزئيين من الفضاء $R^3$ ، الأوّل $W_1=\{v\in R^3\ ;\ v=\alpha.(1,1,1)\ ;\ \alpha\in R\}$ ، والثاني $W_2$ المولّد بجملة الأشعة $\{u_1=(1,2,1)\ ,\ u_2=(1,1,-1)\ ,\ u_3=(2,3,0)\}$ ، والمطلوب:

(1). أوجد قياس كل من الفضائين الشعاعيين الجزئيين $W_1, W_2$ .

(2). بيّن ما إذا كان مجموع الفضائين الشعاعيين الجزئيين $W_1, W_2$ مجموعاً مباشراً أم لا .

2014/02/12

د. غسّان نعمه

| جامعـــة البعث<br>كليـــة العـــلوم<br>قسم الرياضيات | امتحان جبر خطي (1)<br>الدورة الفصلية الثانية<br>للعام الدراسي 2013 / 2014 | اسم الطالب:<br>مدة الامتحان: ساعة ونصف<br>العـــــلامـــة: (100) |
|---|---|---|

**السؤال الأول: (20+ 20+10=50 درجة )**

**(1)**. لتكن المصفوفة:

$$C=\begin{bmatrix} -5 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

(i). أوجد مقلوب هذه المصفوفة باستخدام التحويلات الأولية.

(ii). مستخدماً المصفوفات البسيطة (المصفوفات الأولية) أضف إلى السطر الثاني ، في المصفوفة السابقة $C$ ، السطر الثالث منها بعد ضربه بالعدد $3$ .

**(2)**. بفرض أن $A$ , $B$ مصفوفتان مربعتان من المرتبة الرابعة ، وأن $|A|=2$ , $|B|=3$ والمطلوب:

(i). أوجد قيمة كل من: $|3A|+|2B|$ , $\left|A^{-3} \cdot B^{-2}\right|$ , $\left|A^{3} \cdot B^{2}\right|$

(ii). كيف سيتغيّر الجداء $A \cdot B$ إذا طرحنا من العمود الثاني، في المصفوفة $B$ ، العمود الثالث، من نفس المصفوفة، بعد ضربه بالعدد $5$ ( **مع التعليل** ).

**(3)**. حدّد قيمة كلٍّ من $l$ . $k$ حتى يكون الجداء التالي جداءً في معين من المرتبة الخامسة وذي إشارة موجبة:

$$a_{31} \cdot a_{k5} \cdot a_{13} \cdot a_{42} \cdot a_{l4}$$

**السؤال الثاني: (10+10+20+10=50 درجة)**

**(1)**. بفرض أن جملة الأشعة $v_1 , v_2 , v_3$ جملة مستقلة خطياً . بيّن ما إذا كانت جملة الأشعة $\alpha_1 v_1 , \alpha_2 v_2 , \alpha_3 v_3$ ، حيث $\alpha_1 \neq 0$ , $\alpha_2 \neq 0$ , $\alpha_3 \neq 0$ ، جملة مستقلة خطياً أم لا .

**(2)**. بيّن أياً من الجملتين التاليتين هي قاعدة لفضاء كل كثيرات الحدود التي درجة كل منها أصغر أو يساوي 2 :

$$A_1=\{ f_1(x)=3x^2-5 \ , \ f_2(x)=x \ , \ f_3=5x+1\} \quad , \quad A_2=\{ h_1(x)=x^2+4x \ , \ h_2(x)=2x-1\}$$

**(3)**. بيّن أياً من المجموعتين التاليتين يمكن أن تكون فضاءً شعاعياً جزئياً في الفضاء الشعاعي $M_2(R)$ :

$W_1$ كل المصفوفات من $M_2(R)$ التي معين كل منها يساوي الصفر .

$W_2$ كل المصفوفات من $M_2(R)$ المتبادلة مع مصفوفة ما $B$ من هذا الفضاء .

**(4)**. ليكن لدينا الفضاءان الجزئيان التاليتان من الفضاء الشعاعي $M_n(R)$ :

$W_1$ فضاء كل المصفوفات المتناظرة من $M_n(R)$ .

$W_2$ فضاء كل المصفوفات المتناظرة عكسياً من $M_n(R)$ .

بيّن ما إذا كان مجموع الفضائين الشعاعيين الجزئيين السابقين $W_1 , W_2$ مجموعاً مباشراً أم لا .

د. غسّان نعمه

2014/06/25

| | | |
|---|---|---|
| جامعة البعث<br>كلية العلوم<br>قسم الرياضيات | امتحان جبر خطي (1)<br>الدورة الإضافية<br>للعام الدراسي 2013 / 2014 | اسم الطالب: [redacted]<br>مدة الامتحان: ساعة ونصف<br>العلامة: (100) |

**السؤال الأول: ( 50 درجة )**

**(1).** لتكن المصفوفة:

$$C=\begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

**(i).** أوجد مقلوب هذه المصفوفة باستخدام التحويلات الأولية.

**(ii).** بفرض $A$ مصفوفة سطر و $B$ مصفوفة عمود. والمطلوب:

متى يكون كلّ من الجدائين $A.B$ و $B.A$ معرفاً.

**(2).** بفرض أن $A$ , $B$ مصفوفتان مربعتان من المرتبة الرابعة ، وأن $|A|=2$ , $|B|=3$ والمطلوب:

**(i).** أوجد قيمة كل من: $|3A|+|2B|$ ، $|A^{-3}\,.\,B^{-2}|$ ، $|A^{3}\,.\,B^{2}|$

**(ii).** كيف سيتغيّر الجداء $A\,.\,B$ إذا طرحنا من السطر الثاني، في المصفوفة $A$ ، السطر الثالث، من نفس المصفوفة ( مع التعليل ).

**(3).** حدّد قيمة كلّ من $k$ , $l$ حتى يكون الجداء التالي جداءً في معين من المرتبة الخامسة وذي إشارة سالبة:

$$a_{31}\,.\,a_{k5}\,.\,a_{13}\,.\,a_{4l}\,.\,a_{24}$$

**السؤال الثاني: ( 50 درجة )**

**(1).** بفرض أن جملة الأشعة $v_1 , v_2 , v_3$ جملة مستقلة خطياً. بيّن ما إذا كانت جملة الأشعة $2v_1 , 3v_2 , 5v_3$ ، جملة مستقلة خطياً أم لا .

**(2).** بيّن أياً من الجملتين التاليتين هي قاعدة للفضاء الشعاعي $M_2(R)$ :

$$A=\left\{A_1=\begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}, A_2=\begin{bmatrix}2&2\\2&0\end{bmatrix}, A_3=\begin{bmatrix}3&3\\0&3\end{bmatrix}, A_4=\begin{bmatrix}4&4\\4&4\end{bmatrix}\right\}, \qquad B=\left\{B_1=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}, B_2=\begin{bmatrix}0&1\\2&3\end{bmatrix}\right\}$$

**(3).** بيّن أياً من المجموعتين التاليتين هي فضاءٌ شعاعيٌ جزئيٌ في الفضاء الشعاعي $R[x]$ :

$$W_1=\{\,f(x)\in R[x]\ ;\ f(x)=a_3x^3+a_2x^3+a_1x+a_0\ ;\ a_3\,,a_2\,,a_1\,,a_0\in R\ ,\ a_3\neq 0\}$$

$$W_2=\{\,f(x)\in R[x]\ ;\ f(x)=a_3x^3+a_2x^3+a_1x+a_0\ ;\ a_3\,,a_2\,,a_1\,,a_0\in R\ ,\ a_3<0\}$$

**(4).** ليكن لدينا الفضاءان الجزئيان التاليان من الفضاء الشعاعي $M_3(R)$ :

$W_1$ فضاء كل المصفوفات المتناظرة من $M_3(R)$ .

$W_2$ فضاء كل المصفوفات المتناظرة عكسياً من $M_3(R)$ .

ن ما إذا كان مجموع الفضائين الشعاعيين الجزئيين السابقين $W_1 . W_2$ مجموعاً مباشراً أم لا .

د. غسان نعم

| اسم الطالب: | امتحان جبر خطي (2) | جامعة البعث |
|---|---|---|
| مدة الامتحان: ساعتان | الدورة الفصلية الأولى | كلية العلوم |
| العلامة: (100) | 2015 / 2014 للعام الدراسي | قسم الرياضيات |

**السؤال الأول: (50 درجة)**

**(I)** صنف المصفوفات التالية ، بحسب انتمائها إلى كل من المجموعات :

(a) ذات الشكل المثلثي، (b) المتناظرة، (c) المتناظرة عكسياً، (d) الهرميتية، (e) الهرميتية عكسياً.

$$A_1=\begin{bmatrix}1&0\\1&0\end{bmatrix},\quad A_4=\begin{bmatrix}0&-3i\\-3i&0\end{bmatrix},\quad A_3=\begin{bmatrix}1&-i\\i&1\end{bmatrix},\quad A_2=\begin{bmatrix}0&-3+i\\3-i&0\end{bmatrix},\quad A_1=\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}$$

(1). ذات الشكل المثلثي، (2). المتناظرة، (3). المتناظرة عكسياً، (4). الهرميتية، (5). الهرميتية عكسياً.

**(II)**. لتكن المصفوفة:

$$A=\begin{bmatrix}1&0&0\\-1&1&1\\1&2&3\end{bmatrix}$$

والمطلوب، أوجد كلاً من:

(1). $|A|$ ، (2). $|A+A+A|$ ، (3). $|A.A.A|$ ، (4). $|A^{t}|$

**(III)**. أوجد مقلوب المصفوفة $A$ باستخدام التحويلات الأولية .

**(IV)**. أوجد المصفوفة $C$ ، والتي من أجلها يكون $(A+E)^{t}=(AC)^{t}$ .

**السؤال الثاني: ( 50 درجة )**

**(I)**. ليكن الشعاعان $\alpha=3$ , $\beta=3+3i$ . أدرس الارتباط الخطي لهذين الشعاعين في الفضاء الشعاعي $C$ المعرف فوق الحقل $R$ .

**(II)**. بيّن أياً من الجملتين التاليتين هي قاعدة لفضاء كل كثيرات الحدود التي درجة كل منها أصغر أو يساوي 2 :

$$A_1=\{f_1(x)=x^2+1\ ,\ f_2(x)=x\ ,\ f_3=x^2+x+1\}\quad ,\quad A_2=\{h_1(x)=x^2\ ,\ h_2(x)=x+1\}$$

**(III)**. بيّن أياً من المجموعات التالية هي فضاء شعاعي جزئي في الفضاء الشعاعي $M_2(R)$ :

- $U_1=\{A\in M_2(R)\ ;\ A^2=A\}$
- $U_2=\{A\in M_2(R)\ ;\ A^{t}=A\}$
- $U_3=\{A\in M_2(R)\ ;\ |A|=0\}$

**(IV)**. ليكن لدينا الفضائين الشعاعيين الجزئيين ، الأول $W_1=\{v\in R^3\ ;\ v=\alpha.(1,1,1)\ ;\ \alpha\in R\}$ ، والثاني $W_2$ المولّد بجملة الأشعة $\{u_1=(1,2,1)\ ,\ u_2=(1,1,-1)\ ,\ u_3=(2,3,0)\}$ من الفضاء الشعاعي $R^3$ ، والمطلوب:

(1). أوجد قياس كل من الفضائين الشعاعيين الجزئيين $W_1, W_2$ .

(2). بيّن ما إذا كان مجموع الفضائين الشعاعيين الجزئيين $W_1, W_2$ مجموعاً مباشراً أم لا .

د. غسّان نعمه

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان جبر خطي (1)
الدورة الفصلية الثانية
للعام الدراسي 2014 / 2015

اسم الطالب:
مدة الامتحان: ساعة ونصف
العلامة: (100)

---

**السؤال الأول: (50 درجة)**

(I) عرّف المصفوفة الهرميتية، أذكر ( **مع البرهان** ) نوع عناصر قطرها الرئيسي، ثم أعط مثالاً على المصفوفة الهرميتية، على أن يكون المثال مصفوفة مربعة من المرتبة الثالثة.

(II). لتكن المصفوفتان $D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ والمطلوب:

(1). أوجد مقلوب المصفوفة $A$ باستخدام التحويلات الأولية.

(2). أوجد المصفوفة $C$، والتي من أجلها يكون:

$$2AC = AC + D$$

(III). بفرض $B$ مصفوفة مربعة من المرتبة الرابعة. أوجد $|B^{-1}|$ إذا علمت أن $|2B| = -64$.

**السؤال الثاني: ( 50 درجة )**

(I). بفرض أن جملة الأشعة $u , v , w$ جملة مستقلة خطياً في الفضاء الشعاعي $V$ المعرف فوق الحقل $K$. بيّن ما إذا كانت جملة الأشعة:

$$x = u + v + w \quad , \quad y = v - w \quad , \quad z = w$$

جملة مستقلة أم مرتبطة خطياً في $V$.

(II). بيّن أياً من الجمل التالية هي قاعدة لفضاء كل كثيرات الحدود التي درجة كل منها أصغر أو يساوي 3:

$$A_1 = \{ f_1(x) = x^3 + 1 \ , \ f_2(x) = x^2 + x \ , \ f_3 = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 \ , \ f_4 = x - 5 \}$$

$$A_2 = \{ h_1(x) = x^3 \ , \ h_2(x) = x^2 + x + 1 \ , \ h_3(x) = 2x + 7 \}$$

$$A_3 = \{ f_1(x) = 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2 \ , \ f_2(x) = 2x^2 + 2x + 2 \ , \ f_3 = 2x + 2 \ , \ f_4 = 2 \}$$

(III). ليكن لدينا الفضائين الشعاعيين الجزئيين ، الأول:

$$W_1 = \{ v \in R^3 \ ; \ v = \alpha.(1,0,0) + \beta.(0,1,0) \ ; \ \alpha, \beta \in R \}$$

والثاني $W_2$ المولّد بجملة الأشعة:

$$\{ u_1 = (1,2,1) \ , u_2 = (1,1,-1) \ , u_3 = (0,-1,-2) \}$$

من الفضاء الشعاعي $R^3$ ، والمطلوب:

(1). أوجد قياس كل من الفضائين الشعاعيين الجزئيين $W_1 , W_2$ .

(2). بيّن ما إذا كان مجموع الفضائين الشعاعيين الجزئيين $W_1 , W_2$ مجموعاً مباشراً أم لا .

---

2015/07/16 — د. غسّان نعمه

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان جبر خطي (1)
الدورة الإضافية
للعام الدراسي 2014 / 2015

اسم الطالب: [redacted]
مدة الامتحان: ساعة ونصف
العلامة: (100)

---

**السؤال الأوّل: ( 50 درجة )**

(1). لتكن المصفوفة:

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

أوجد مقلوب هذه المصفوفة باستخدام التحويلات الأوليّة.

(2). عرّف المصفوفة الهرميتيّة عكسياً، أذكر ( مع البرهان ) نوع عناصر قطرها الرئيسي، ثم أعط مثالاً على المصفوفة الهرميتيّة عكسياً، على أن يكون المثال مصفوفة مربعة من المرتبة الثالثة.

(3). بفرض أن $A$ , $B$ مصفوفتان مربعتان من المرتبة الثانية ، وأن $|A|=3$ , $|B|=2$ والمطلوب:

أوجد قيمة كل من: $|2A|.|4B|$ , $|A^2.B^4|$ .

(4). حدّد قيمة كلّ من $l$ , $k$ حتى يكون الجداء التالي جداءً في معين من المرتبة الخامسة وذي إشارة سالبة:

$$a_{31}.a_{5k}.a_{13}.a_{4l}.a_{24}$$

**السؤال الثاني: ( 50 درجة )**

(1). بفرض أن جملة الأشعة $v_1$ , $v_2$ , $v_3$ جملة مستقلة خطياً. بيّن ما إذا كانت جملة الأشعة:

$$v=v_1+v_3\ ,\ u=v_1+v_2\ ,\ w=v_2+v_3$$

جملة مستقلة خطياً أم لا .

(2). بيّن أيّاً من الجملتين التاليتين هي قاعدة للفضاء الشعاعي المكوّن من كل المصفوفات المربعة من المرتبة الثانية والمعرفة فوق الحقل $R$ :

$$A=\left\{A_1=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}, A_2=\begin{bmatrix}2 & 2\\ 2 & 0\end{bmatrix}, A_3=\begin{bmatrix}3 & 3\\ 0 & 3\end{bmatrix}, A_4=\begin{bmatrix}4 & 4\\ 4 & 4\end{bmatrix}\right\}$$

$$B=\left\{B_1=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}, B_2=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix}\right\}$$

(3). بيّن أيّاً من المجموعتين التاليتين هي فضاء شعاعيّ جزئيّ في فضاء كل كثيرات الحدود والمعرفة فوق الحقل $R$ :

$$W_1=\{f(x)\in R[x]\ ;\ f(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0\ ;\ a_3\geq 0\}$$

$$W_2=\{h(x)\in R[x]\ ;\ h(x)=b_3x^3+b_2x^2+b_1x+b_0\ ;\ b_1\in Z\}$$

(4). ليكن الفضائين الشعاعيين الجزئيين $W_1$ , $W_2$ من الفضاء الشعاع $R^3$ ، والمولّدين، على الترتيب، بالجملتين التاليتين:

$$A_1=\{v_1=(1,0,0)\ ,\ v_2=(0,1,0)\ ,\ v_3=(3,-5,0)\}\ ,\ A_2=\{u_1=(1,2,1)\ ,u_2=(1,1,-1)\ ,u_3=(0,-1,-2)\}$$

والمطلوب: بيّن ما إذا كان مجموع الفضائين الشعاعيين الجزئيين $W_1$ , $W_2$ مجموعاً مباشراً أم لا .